

Konzultační příklady – kvadratická rovnice v C

1) V množině C řešte rovnici:

a) $x^2 + 3x + 10i = 0$

b) $x^2 - 2x + 9 + 6i = 0$

c) $x^2 + (2 - 3i)x - 5(1 + i) = 0$

d) $x^2 - 4 = 3i$

e) $ix^2 - 3x + 4i = 0$

f) $x^2 + x(2 - i) + 3 - i = 0$

2) V množině C řešte rovnici:

a) $x + i = \frac{1}{x} + \frac{1}{i}$

b) $x^2 + 4 + \sqrt{x^2 + 4} = 0$

53 Řešte rovnice s neznámou $z \in \mathbb{C}$:

a) $2z + 3\bar{z} = 5 + i$

c) $z\bar{z} - z = \overline{6 - 2i}$

b) $\left(2 - \frac{1}{i}\right)\bar{z} - 13 = 2(6,5i - z)$

d) $z(\bar{z} - 4) - 1 = 8i$

54 Řešte rovnici $(1 + 2i)x - 2y = 1$

a) s neznámými $x, y \in \mathbb{R}$,

b) s neznámými $x, y \in \mathbb{C}$ tak, aby čísla x, y byla čísla komplexně sdružená.

55 Řešte rovnice s neznámou $z \in \mathbb{C}$:

a) $|z| = 1 + 2i + z$

c) $|z + 1| - 4i = z + 3$

b) $|z + i| = 2z + i$

d) $|z + 2 - i| = 5(z + 3i)$

56 Vypočítejte komplexní čísla z, w tak, aby byla řešením soustavy:

a) $2z + w = 8i$

b) $(1 + i)z - 3w = -7 - 6i$

$z - w = 6 + i$

$2z + (2 + i)w = 6 + 5i$

Rovnice v množině komplexních čísel s parametrem

57 Pro které hodnoty parametru $a \in \mathbb{C}$ nemá rovnice $iz + az = 2$ s neznámou $z \in \mathbb{C}$ v množině komplexních čísel řešení?

58 Je dána rovnice $2za + i - z(1 + 2i) = 3$ s neznámou $z \in \mathbb{C}$ a parametrem $a \in \mathbb{C}$.

a) Pro která $a \in \mathbb{C}$ nemá rovnice řešení?

b) Pro která $a \in \mathbb{C}$ je řešením dané rovnice číslo $z = 2 + i$?

c) Pro která $a \in \mathbb{C}$ je kořenem dané rovnice imaginární jednotka?

17.10 Kvadratická rovnice v množině komplexních čísel

59 Vyšetřete, pro které hodnoty parametru $t \in \mathbb{R}$ mají dané kvadratické rovnice s neznámou $x \in \mathbb{C}$ imaginární kořeny:

a) $x^2 + 2tx - t + 2 = 0$

c) $x^2 + tx - 1 + t = 0$

b) $2x^2 + t = 0$

d) $tx^2 - x + t = 0$

60 Řešte kvadratické rovnice s neznámou $x \in \mathbb{C}$:

a) $x^2 - 5x + 5 = 0$

g) $x^2 + x(2 - i) + 3 - i = 0$

b) $5x^2 - 2x + 1 = 0$

h) $ix^2 - 3x + 4i = 0$

c) $3x^2 - 2x + 1 = 0$

i) $x^2 + (i - 3)x + 2 - 2,5i = 0$

d) $x^2 - 4ix - 8 = 0$

j) $(7 + i)x^2 - 5ix - 1 = 0$

e) $x^2 - 6ix - 12 = 0$

k) $x(3 - x) = 3 - i$

f) $x^2 - 6ix - 9 = 0$

l) $x^2 - 20 = ix(2i - x)$

Vztahy mezi kořeny a koeficienty kvadratické rovnice

61 Sestavte všechny kvadratické rovnice s komplexními koeficienty, jejichž kořeny jsou čísla:

a) $x_1 = 3 + i, x_2 = 3 - i$

c) $x_1 = x_2 = 1 + i$

b) $x_1 = 2 + i\sqrt{3}, x_2 = 3 + i\sqrt{3}$

d) $x_1 = i, x_2 = 0$

62 Sestavte všechny kvadratické rovnice s reálnými koeficienty, znáte-li jeden kořen hledané kvadratické rovnice:

a) $x_1 = 3 + i$

c) $x_1 = \cos \frac{5}{3}\pi + i \sin \frac{5}{3}\pi$

b) $x_1 = 5i$

d) $x_1 = 2\left(\cos \frac{11}{6}\pi + i \sin \frac{11}{6}\pi\right)$